Hühner- und Gänsemast

Lineare Optimierung

Ein landwirtschaftlicher Betrieb mästet Hühner und Gänse. Eine Gans frisst im Mittel täglich 200 Gramm und ein Huhn durchschnittlich täglich 100 Gramm eines Mischfutters. Wegen technischer Begrenzungen kann täglich höchstens 1 Tonne Mischfutter verfüttert werden. Aus Platzgründen kann die Gesamtzahl an Hühnern und Gänsen höchstens 6500 betragen. Eine besondere Länderverordnung besagt, dass höchstens 4000 Tiere jeder Gattung gemästet werden dürfen.

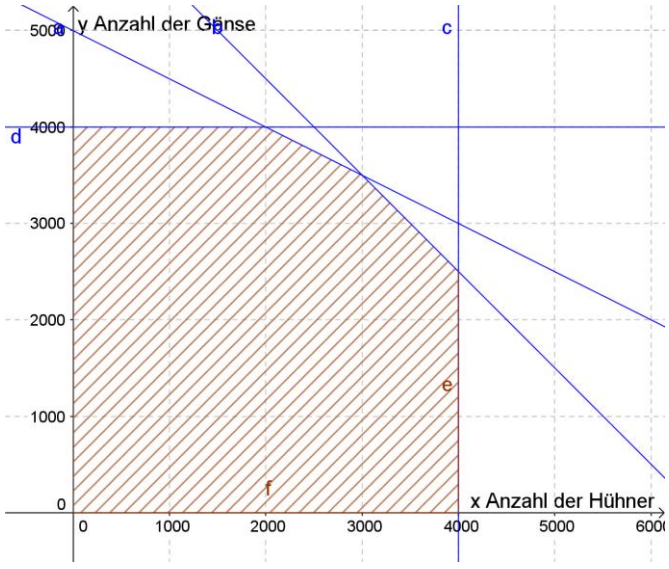
Für ein Huhn wird beim Verkauf ein Gewinn von € 3,30 erwartet. Der erzielte Gewinn ist bei einer Gans um 50% höher als bei einem Huhn.

- ***Stellen Sie den zulässigen Bereich für die Anzahl der zu mästenden Hühner und Gänse in Form eines Systems von Ungleichungen auf!***

  x…Anzahl der Hühner, y Anzahl der Gänse

  $x + y \leq 6500$
  $100\,x + 200\,y \leq 1000000$
  $x \leq 4000$
  $y \leq 4000$
  $x \geq 0$
  $y \geq 0$

- ***Stellen Sie den zulässigen Bereich für die Anzahl der zu mästenden Hühner und Gänse in einem Koordinatensystem maßstabsgetreu dar!***



- ***Modellieren Sie die Zielfunktion für einen maximalen Tagesgewinn beim Verkauf der Tiere***.

  $z(x, y) = 3{,}30x + 3{,}30 \cdot 1{,}5 \cdot y$ -> max

- ***Ermitteln Sie grafisch die Anzahl der zu mästenden Hühner und Gänse die einen maximalen Tagesgewinn gewährleisten***

Sei zunächst z ein bestimmter (fester) Gewinn. Dann findet man **alle Punkte im Lösungspolygon mit Gewinn z** auf der Geraden:

$z = 3{,}30x + 3{,}30 \cdot 1{,}5 \cdot y$ oder umgeformt: $y = -\frac{2}{3}\,x + \frac{z}{3{,}30 \cdot 1{,}5}$ (Isogewinngerade)

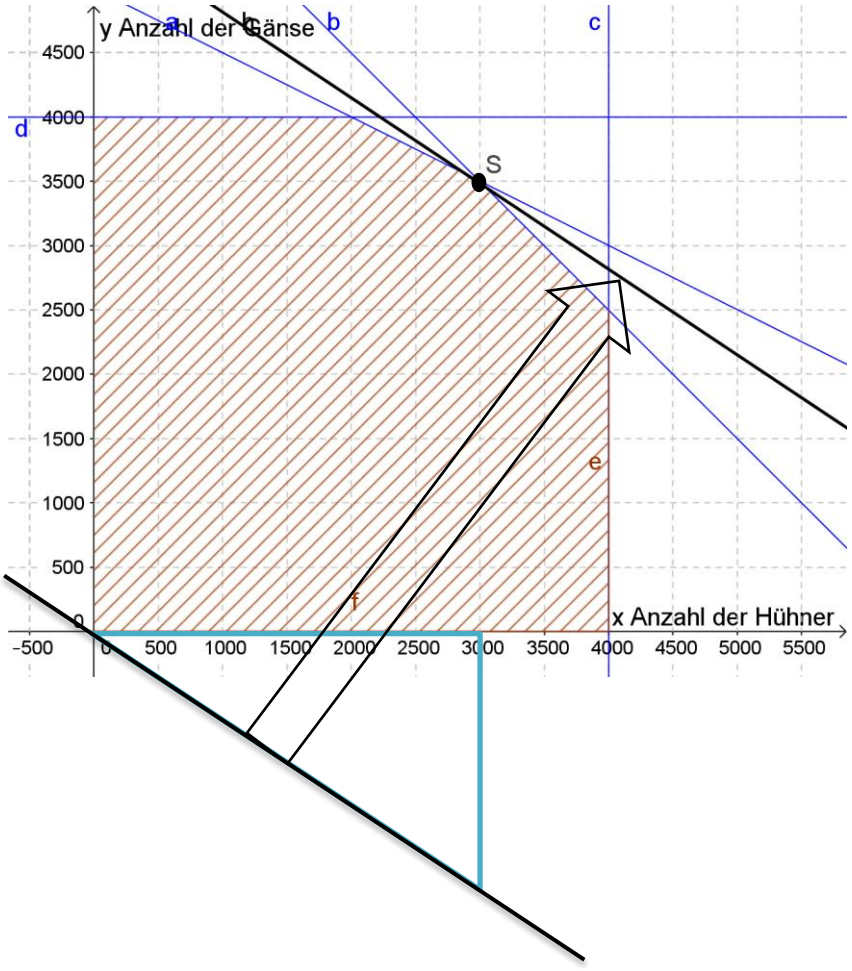
Für jede dieser Geraden gilt:

- Steigung $k = -\frac{2}{3}$
- Ordinatenabschnitt $d = \frac{z}{3{,}30 \cdot 1{,}5}$ ist umso größer/kleiner, je größer/kleiner z ist.

Vorgangsweise des Auffindens des optimalen Punktes:

(1) **Steigungsdreieck** (z.B.: im Ursprung) zeichnen
(2) Optimale Zielfunktionsgerade als **parallele Gerade** (zum k-Dreieck) soweit als möglich
  (a) **„hinaus“** verschieben bei **Maximum**aufgabe (z.B. max Gewinn)
  (b) **„herein“** verschieben bei **Minimum**aufgabe (z.B. min Kosten)

Diese optimale Zielfunktionsgerade verläuft dann durch einen **Eckpunkt** (oder einer Begrenzungsstrecke). Dieser Punkt (bzw. Begrenzungsstreckenpunkte) ist der gesuchte Punkt mit maximalem/minimalem Zielfunktionswert



Optimaler Punkt S als Schnittpunkt der

Begrenzungsgeraden:

$x + y = 6500$
$100\,x + 200\,y = 1000000$

Ergibt:

S(3000 | 3500)

Maximaler Gewinn bei:

3000 Hühner und

3500 Gänsen

- ***Berechnen Sie den größtmöglichen Tagesgewinn:***

$$Gmax = z(3000{,}3500) = 3{,}30 \cdot 3000 + 3{,}30 \cdot 1{,}5 \cdot 3500 = \mathbf{27\,225\ Euro}$$